Gleichstromtechnik (7): Brückenschaltungen – Teil 2

GRUNDLAGEN Wie bereits in der vorangegangenen Folge in »de« 6.2017 angekündigt, wenden wir uns heute der Wheatstoneschen Messbrücke zu. Doch zunächst gibt es noch eine Besonderheit zur Brückenschaltung.

Diese Besonderheit bezieht sich auf eine belastete Brücke. Verbunden mit der nächsten Beispielaufgabe ergibt sich die Möglichkeit, eine Rechenmethode vorzustellen, die bei der Berechnung von Widerstandsnetzwerken sehr hilfreich sein kann. Diese Methode wird »Dreieck-Stern-Umwandlung« genannt.

Dreieck-Stern-Umwandlung

In dieser Aufgabe geht es um die Berechnung des Gesamtwiderstandes einer Schaltung. Dazu bietet sich diese Methode der Umwandlung an. Außerdem sollen die Fragestellungen die Ermittlung folgender Werte erfordern:

- Wie groß ist die Stromaufnahme I der Schaltung (**Bild 39**) in diesem Lastfall?
- Welche Leistung P_L nimmt der Lastwiderstand auf?
- Gegeben: $R_1 = R_4 = 100\,\Omega$; $R_3 = 33\,\Omega$; $R_5 = 50\,\Omega$; $R_L = 150\,\Omega$, $U_I = 12\,V$
- Gesucht: I und P_L

Stromaufnahme der Schaltung

Die Stern-Ersatzwiderstände werden aus dem Produkt der benachbarten Dreiecks-Widerstände durch die Summe aller drei Dreiecks-Widerstände gebildet:

$$R_{14} = \frac{R_1 \cdot R_4}{R_1 + R_4 + R_L} = \frac{100\,\Omega \cdot 100\,\Omega}{350\,\Omega} = 28{,}571\,\Omega$$

$$R_{4L} = \frac{R_4 \cdot R_L}{R_1 + R_4 + R_L} = \frac{100\,\Omega \cdot 150\,\Omega}{350\,\Omega} = 42{,}857\,\Omega$$

$$R_{L1} = \frac{R_L \cdot R_1}{R_1 + R_4 + R_L} = \frac{150\,\Omega \cdot 100\,\Omega}{350\,\Omega} = 42{,}857\,\Omega$$

Daraus entsteht dann eine normal zu berechnende Schaltung, bei der wir zunächst den Parallelwiderstand R_P aus R_{L1}, R_3, R_{4L} und R_5 ermitteln:

$$R_{P1} = R_{L1} + R_3 = 42{,}857\,\Omega + 33\,\Omega = 77{,}857\,\Omega$$
$$R_{P2} = R_{4L} + R_5 = 42{,}857\,\Omega + 50\,\Omega = 92{,}857\,\Omega$$
$$R_P = \frac{R_{P1} \cdot R_{P2}}{R_{P1} + R_{P2}} = \frac{75{,}857\,\Omega \cdot 92{,}857\,\Omega}{75{,}857\,\Omega + 92{,}857\,\Omega}$$
$$R_P = 41{,}75\,\Omega$$

Die Stromaufnahme I berechnet sich nun aus der anliegenden Spannung U_I geteilt durch den gesamten Widerstand der Schaltung, also der Summe aus R_{14} und dem Parallelwiderstand R_p:

$$I = \frac{U_I}{R_{14} + R_P} = \frac{12\,V}{28{,}571\,\Omega + 41{,}75\,\Omega}$$
$$\boldsymbol{I = 171\,mA}$$

Verlustleistung am Lastwiderstand

Hierfür berechnen wir zunächst die an der Parallelschaltung anliegende Spannung U_{Y0}:

$$U_{Y0} = U_I - (I \cdot R_{14})$$
$$U_{Y0} = 12\,V - (170{,}65\,mA \cdot 28{,}571\,\Omega)$$
$$U_{Y0} = 7{,}1244\,V$$

Mit dieser Spannung können wir nun den jeweiligen Strom in den Parallelzweigen ermitteln:

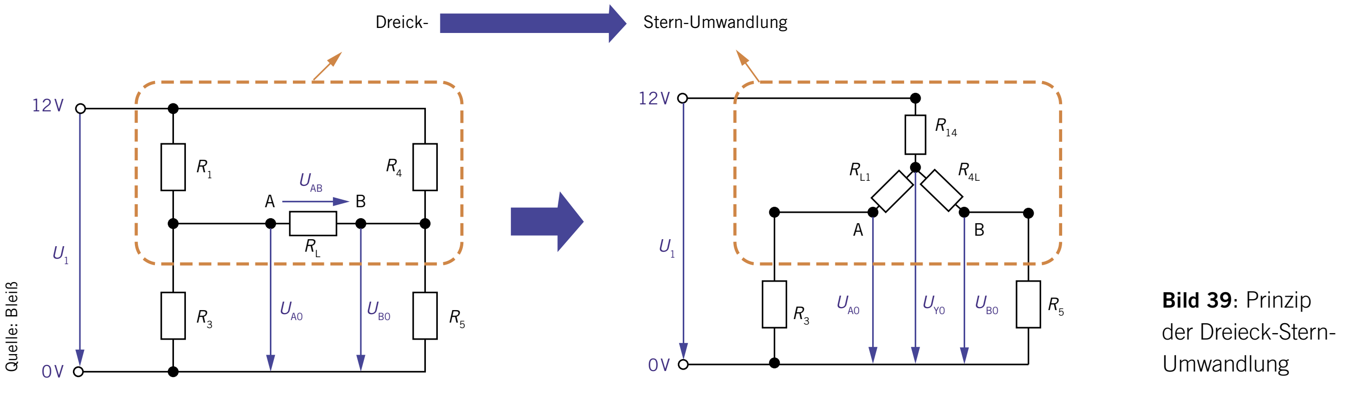
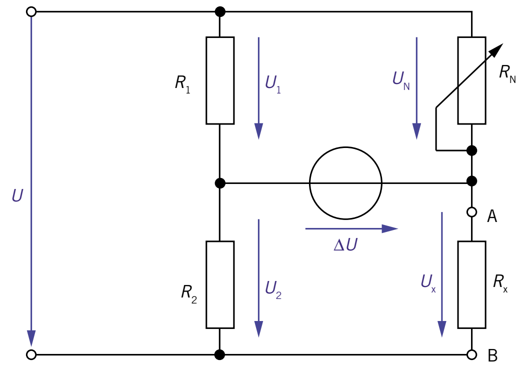


Bild 39: Prinzip der Dreieck-Stern-Umwandlung

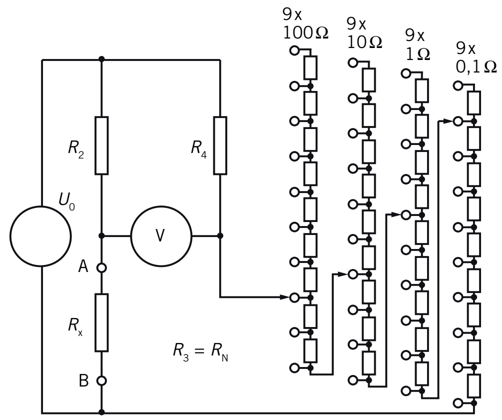
Quelle: fotolia/Gerd Gropp

Bild 40: Museales Stück – dennoch lieferten Messbrücken dieser Art z.T. sehr genaue Ergebnisse



Quelle: K.-H. Bleiß

Bild 41: Prinzip-Schaltung einer Wheatstone-Messbrücke



Quelle: wikipedia.org

Bild 42: Messbereichserweiterung mit Schleifwiderstand

$$I_{RP1} = \frac{U_{Y0}}{R_{P1}} = \frac{7{,}1244\,V}{75{,}857\,\Omega} = 93{,}92\,mA$$

$$I_{RP2} = \frac{U_{Y0}}{R_{P2}} = \frac{7{,}1244\,V}{92{,}857\,\Omega} = 76{,}724\,mA$$

Jetzt folgen die Spannungen vom Punkt A und B gegen 0 V:

$$U_{A0} = U_{Y0} - (I_{RP1} \cdot R_{L1})$$
$$U_{A0} = 7{,}1244\,V - (93{,}92\,mA \cdot 28{,}571\,\Omega)$$
$$U_{A0} = 4{,}441\,V$$

$$U_{B0} = U_{Y0} - (I_{RP2} \cdot R_{4L})$$
$$U_{B0} = 7{,}1244\,V - (76{,}724\,mA \cdot 28{,}571\,\Omega)$$
$$U_{B0} = 4{,}9323\,V$$

Die Subtraktion beider Spannungen ergibt die U_{AB} über dem Lastwiderstand:

$$U_{AB} = U_{A0} - U_{B0} = 4{,}441\,V - 4{,}9323\,V$$
$$U_{AB} = -0{,}4913\,V$$

Gemäß ohmschem Gesetz wird der Laststrom durch R_L:

$$I_L = \frac{U_{AB}}{R_L} = \frac{-0{,}4913\,V}{150\,\Omega} = -0{,}00328\,A$$

Nun haben wir alle fehlenden Größen für die Berechnung der Verlustleistung P_L:

$$P_L = U_{AB} \cdot I_L$$
$$P_L = -0{,}4913\,V \cdot (-0{,}00328\,A)$$
$$\mathbf{P_L = 1{,}61\,mW}$$

Wheatstonesche Messbrücke

Die Wheatstonesche Messbrücke (kurz: Wheatstone-Brücke) wird heute allenfalls noch für Präzisionsmessungen verwendet. Durch die hohe Genauigkeit der Digitalmultimeter und die Verfügbarkeit von Präzisions-Operationsverstärkern können direkt anzeigende Messverfahren fast überall eingesetzt werden. Wheatstonesche Messbrücken als Labor-Messgeräte sind kaum noch im Handel und im professionellen Gebrauch (**Bild 40**), die Abwandlung zur Ausschlag-Widerstandsmessbrücke dagegen schon.

Die Wheatstone-Brücke ist zur Messung kleiner Widerstände (Richtwert <1 Ω) nicht geeignet, da das Messzubehör – wie Leitungen und Anschlussklemmen – den zu messenden Widerstand verfälscht. Aus der Wheatstone-Brücke entstand dafür die Thomson-Brücke. Auch diese ist heute nicht mehr gebräuchlich.

Funktionsprinzip der Widerstandsmessbrücke

Die Widerstandmessbrücke (**Bild 41**) besitzt im Brückenzweig einen justierbaren Zeiger in 0-Stellung. Klemmt man an die Messklemmen A und B den zu messenden Widerstand (R_x), schlägt der Zeiger des sehr empfindlichen Galvanometers in einer Richtung aus (Brücke ist nicht abgeglichen!). Mit Hilfe von R_N wird durch Verstellung des Schleifers versucht, die Brücke abzugleichen. Sollte das zwischen den Endausschlägen von R_N nicht gelingen, wird eine Messbereichserweiterung durchgeführt (**Bild 42**).

AUTOR

Karl-Heinz Bleiß
Fachautor Hatten